

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

8-й класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решённой, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий ещё раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

8.1. Номер лотерейного билета состоит из 6 цифр (от 0 до 9). Билет называется счастливым, если он содержит ровно пять одинаковых цифр. Сколько существует счастливых билетов?

8.2. На круговом треке соревновались два велосипедиста, стартовавшие с одной линии, но в разные стороны. Их третья встреча произошла на линии старта. Известно, что первый тратил на один круг на 45 секунд меньше второго. Через какое время после старта произошла первая встреча?

8.3. В треугольнике ABC медиана BM в два раза меньше стороны AB и образует с ней угол 40° . Найдите угол ABC.

8.4. Сто спортсменов выстроены в шеренгу. Каждый из них одет в красный или синий спортивный костюм. При этом если спортсмен одет в красный костюм, то спортсмен, стоящий через девять человек от него, одет в синий костюм. Докажите, что в красные костюмы одеты не более 50 спортсменов.

8.5. Выясните, существуют ли такие целые m и n , что $(m^2 + m + 1)^2 - (n^2 - n + 1)^2 = 2023$.